

DEVOIR SURVEILLÉ N°1 (1h40)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice I (4 points (5'))

Dans un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-1, 2)$, $B(3, 4)$, et $C(5, 6)$.

- Q 1** Déterminer les coordonnées du barycentre G des points $(A, 1)$, $(B, 2)$ et $(C, 3)$ et faire un schéma représentant la situation.
- Q 2** Déterminer le lieu des points M tels que $2\|\vec{MA}\| + 2\|\vec{MB}\| + 3\|\vec{MC}\| = \|\vec{MA}\|$ et compléter le schéma précédent pour représenter la situation.

Exercice II (14 points (25'))

Dans cet exercice, on munit le plan d'une base $\mathcal{B} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$ et d'un repère $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$.

Partie 1 (questions de cours)

- Q 3** La notation $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$ signifie que les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans la base $\mathcal{B}$ sont x et y .
Par quelle égalité vectorielle se traduit cette notation ?
- Q 4** La notation $A(x, y)_{\mathcal{R}}$ signifie que les coordonnées du point A dans le repère $\mathcal{R}$ sont x et y .
Par quelle égalité vectorielle se traduit cette notation ?

Partie 2 (Changement de bases)

On considère deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dont les coordonnées dans la base $\mathcal{B}$ sont respectivement : $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$.

- Q 5** Quelles sont les coordonnées de $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$ dans la base $\mathcal{B}$?
- Q 6** Faire un schéma représentant les vecteurs $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ dans le repère $\mathcal{R}$ (On prendra pour $\mathcal{R}$, un repère orthonormé où 1 carreau = 1 unité).
- Q 7** Pourquoi peut-on dire que la famille $\mathcal{B}' = \{\vec{u}, \vec{v}\}$ est une base ?
- Q 8** On considère ensuite le vecteur $\vec{w}_1$ dont les coordonnées dans la base $\mathcal{B}' = \{\vec{u}, \vec{v}\}$ sont : $\vec{w}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}'}$.
Déterminer les coordonnées de $\vec{w}_1$ dans la base $\mathcal{B} = \{\vec{i}, \vec{j}\}$.
- Q 9** Exprimer les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- Q 10** On considère le vecteur $\vec{w}_2$ dont ses coordonnées dans la base $\mathcal{B}$ sont : $\vec{w}_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$.
Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w}_2$ dans la base $\mathcal{B}'$.
- Q 11** On considère enfin les points A et B dont les coordonnées dans le repère $\mathcal{R}$ sont : $A(1, 2)_{\mathcal{R}}$ et $B(3, 4)_{\mathcal{R}}$.
Déterminer les coordonnées du point B dans le repère $\mathcal{R}' = (A, \vec{u}, \vec{v})$.

Exercice III (9 points (20'))

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 6x^2 + 3x - 6$.

Q 12 Déterminer par la méthode de votre choix la forme canonique de f .

Q 13 Déterminer par la méthode de votre choix les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f .

Q 14 Déterminer par la méthode de votre choix la forme factorisée de f .

Q 15 Déterminer par la méthode de votre choix les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$.

Q 16 Déterminer par la méthode de votre choix les solutions de l'équation $f(x) = -6$.

Q 17 Faire un rapide croquis de la parabole représentative de f .

Exercice IV (12 points (30'))

Résoudre soigneusement les (in)équations suivantes :

Q 18 $\frac{2x-1}{2-x} \leq 2$

Q 19 $|2x+3| < 5$

Q 20 $|x-1| + |3x-2| > 2$

Q 21 $\left| 2 - \frac{1}{x} \right| > 1$

Exercice V (8 points (20'))

L'objectif de cet exercice est de résoudre soigneusement l'inéquation (I_1) suivante :

$$\frac{1}{2}x + 1 < \sqrt{x^2 + x - 2} \quad (I_1)$$

Q 22 Justifier que l'inégalité (I_1) n'existe que pour $x \in \mathcal{D}_f =]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$.

Q 23 Déterminer le signe de $\frac{1}{2}x + 1$ lorsque $x \leq -2$ puis en déduire les solutions de l'inéquation (I_1) sur l'intervalle $] -\infty; -2]$.

Q 24 Résoudre ensuite soigneusement l'inéquation (I_1) sur l'intervalle $[1; +\infty[$.

Q 25 Conclure sur l'ensemble des solutions de l'inéquation (I_1) .

Hors barème : Les deux questions suivantes sont facultatives mais peuvent rapporter des points bonus.

Exercice VI

Q 26 Résoudre soigneusement $\left| \ln |x-3| \right| = 1$