

# TRAVAIL LIBRE FÉVRIER 2025

## Exercice I

Dans un repère orthonormé direct de l'espace on considère :

- Les points  $A(2; -3; 6)$  et  $B(-2, 3, 5)$ ,
- Les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,
- Le plan  $\mathcal{P}$  passant par  $A$  et dirigé par  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

**Q 1** Donner une équation paramétrique du plan  $\mathcal{P}$ .

**Q 2** Montrer qu'une équation cartésienne du plan  $\mathcal{P}$  est :

$$\mathcal{P} : -x + y + z = 1$$

**Q 3 a.** Le point  $B$  appartient-il au plan  $\mathcal{P}$  ?

**b.** Déterminer les coordonnées du point  $H$ , projeté orthogonal de  $B$  sur  $\mathcal{P}$ .

**Q 4** Déterminer une équation paramétrique de la droite  $\mathcal{D}$  intersection du plan  $\mathcal{P}$  avec le plan  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

**Q 5** On considère la droite  $\mathcal{D}'$  passant par  $A$  et dirigée par  $\vec{u}$  ainsi que la droite  $\mathcal{D}''$  passant par  $B$  et dirigée par  $\vec{w}$ . Ces droites sont-elles coplanaires ? Justifier.

## Exercice II

On considère la famille de vecteurs de  $\mathbb{R}^4$  suivantes :

$$\mathcal{F} = \{u_1(1, -3, 5, 2), u_2(1, -1, -4, 3), u_3(2, -12, 37, 1)\}$$

**Q 6** Est-elle libre ? liée ? génératrice ? Justifier soigneusement votre réponse.

**Q 7** Donner un système d'équations cartésiennes de  $\mathcal{F}$ .

**Q 8** Déterminer une famille génératrice de l'espace

$$\mathcal{F}' = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ y + z - t = 0 \end{cases} \right\}$$

## Exercice III

Ne pas oublier l'informatique !!! (TD J2 + révisions sur tout...)