Un exemple de résumé possible sur le chapitre de

Géométrie dans l'espace

Rappel :

1. Tous les détails n'y sont pas (objectif : visualiser les différentes notions et se rapporter au cours/exos pour les détails.)
2. L'important n'est pas le résultat mais plutôt la <u>construction</u> du résumé !

Objets

Plans

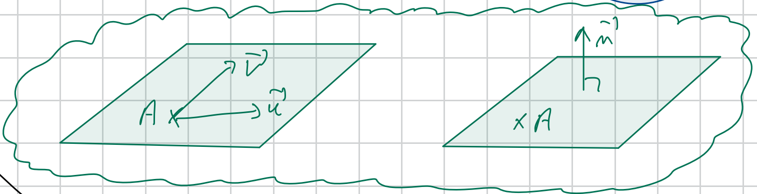
1 point +

- 2 vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ → paramétrique (2 param t et t')

$$\mathcal{P} = A + \mathrm{Vect}(\vec{u}, \vec{v})$$
$$\begin{cases} x = x_A + t x_u + t' x_v \\ y = y_A + t y_u + t' y_v \\ z = z_A + t z_u + t' z_v \end{cases}$$

- 1 vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ → cartésienne (implicite)

$$\mathcal{P} : a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$$



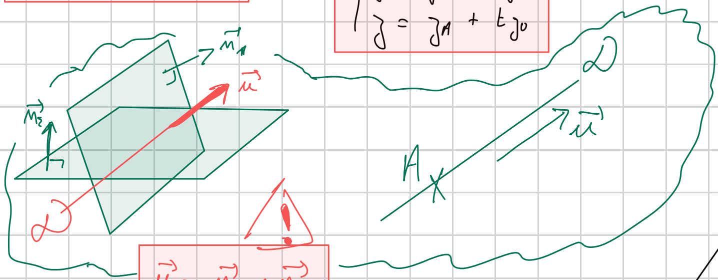
Droites

- 2 plans → cartésiennes

$$\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases}$$

- 1 point + 1 vect. directeur → paramétriques (1 param t)

$$D = A + \mathrm{Vect}(\vec{u})$$
$$\begin{cases} x = x_A + t x_u \\ y = y_A + t y_u \\ z = z_A + t z_u \end{cases}$$



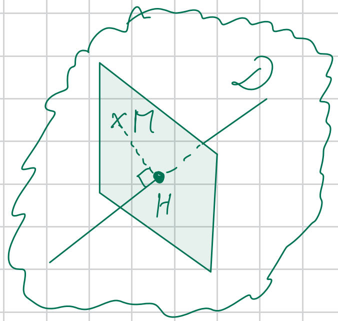
⚠ $\vec{u} = \vec{n_1} \wedge \vec{n_2}$

Projeté orthogonal

- 1 point M sur une droite $\mathcal{D}$

H est défini par
$$\begin{cases} H \in \mathcal{D} \\ \overrightarrow{MH} \perp \mathcal{D} \end{cases}$$

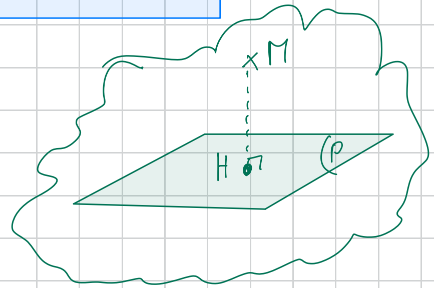
distance de M à $\mathcal{D}$ = MH



- 1 point M sur un plan $\mathcal{P}$

H est défini par
$$\begin{cases} H \in \mathcal{P} \\ \overrightarrow{MH} \perp \mathcal{P} \end{cases}$$

distance de M à $\mathcal{P}$ = MH



⚠

Un vecteur $\vec{n}$ est normal à un plan $\mathcal{P}$
$\iff$
$\vec{n}$ est OG à tous les vecteurs de $\mathcal{P}$
$\iff$
$\vec{n}$ est OG à 2 vect. non colin. de $\mathcal{P}$

Sphères et plans tangents

...

Outils

Produit scalaire

géom. : $\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u},\vec{v})$

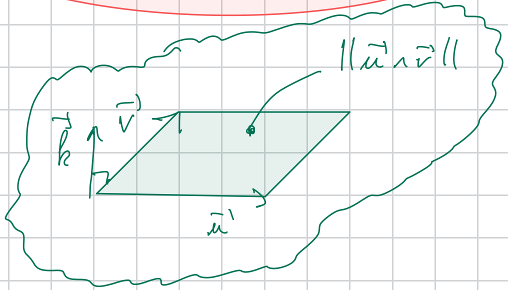
coordonnées : $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix} = aa' + bb' + cc'$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux $\iff$ $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$

Produit vectoriel

géom. : $\vec{u}\wedge\vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\| \sin(\vec{u},\vec{v})\,\vec{k}$ avec $\vec{k}$ vect. unitaire normal à $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

interprétation géom. : $\|\vec{u}\wedge\vec{v}\|$ = aire du parallélogramme construit sur $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



coordonnées : règle du "gamma"

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} bc' - b'c \\ ca' - ac' \\ ab' - ba' \end{pmatrix}$$

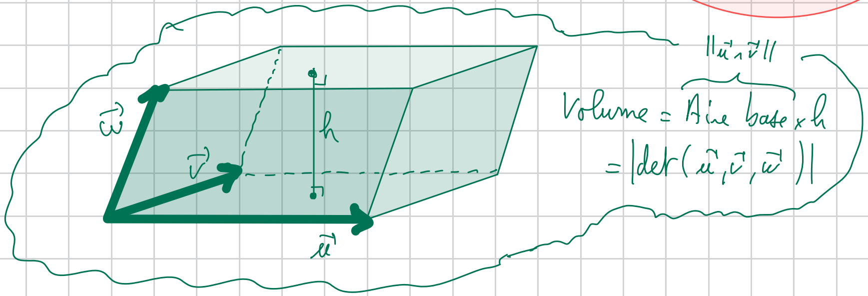
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\iff$ $\vec{u}\wedge\vec{v} = \vec{0}$

déterminant de 3 vecteurs

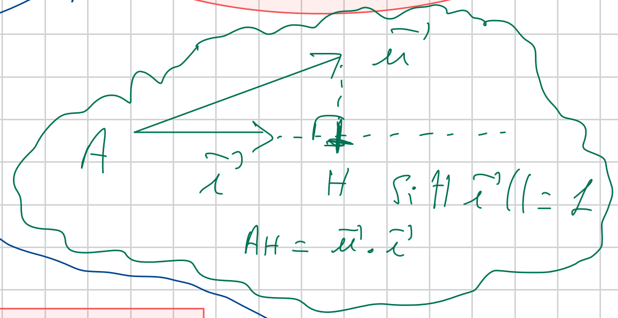
$\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = (\vec{u}\wedge\vec{v})\cdot\vec{w}$

règle de Sarrus ("produits croix")

$|\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})|$ = volume parallélépipède construit sur les 3 vecteurs.



$\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ coplanaires ssi $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = 0$



---

prod. vectoriel : bilinéaire et antisymétrique

produit scalaire : bilinéaire et symétrique

déterminant : trilinéaire, antisymétrique (invariant par permutation circulaire)